

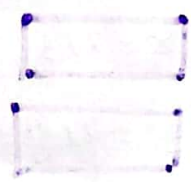
# ÓPTICA

## ÍNDICE DE REFRACCIÓN

$$n = \frac{c}{v} > 1 \Rightarrow c = \lambda \cdot \nu, v = \lambda' \cdot \nu \Rightarrow \frac{c}{v} = \frac{\lambda \nu}{\lambda' \nu} \Rightarrow n(\lambda)$$

## LEY DE SNELL

$$n' \cdot \sin \theta' = n \cdot \sin \theta$$



## INVARIANTE DE ABBE

$$n(1/r - 1/s) = n'(1/r - 1/s') \Rightarrow 1/s' = n/n' \cdot 1/s + (n' - n)/n' \cdot r$$

## FÓRMULA ESPEJOS

$$n' = -n \Rightarrow 1/s + 1/s' = 2/r$$

donde  $\left\{ \begin{array}{l} r > 0 \Rightarrow \text{espejos convexos} \\ r < 0 \Rightarrow \text{espejos cóncavos} \end{array} \right.$

## ECUACIÓN DE LAGRANGE-HELMHOLTZ

$$n \cdot \sigma \cdot y = n' \cdot \sigma' \cdot y'$$

## AUMENTOS

- Lateral  $\Rightarrow \beta = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s}$
  - Axial  $\Rightarrow \alpha = \Delta s' / \Delta s$
  - Angular  $\Rightarrow \gamma = \sigma' / \sigma$
- $\alpha \cdot \gamma = \beta$
- Aumento lateral final de un sistema  $\Rightarrow \beta = \prod_{i=1}^n \beta_i$

## FOCAL DE UNA SUPERFICIE

$$\frac{1}{s'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{s} + \frac{n'-n}{n' \cdot r} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } s' = \infty \Rightarrow f = -r \frac{n}{n'-n} \\ \text{Si } s = \infty \Rightarrow f' = r \cdot \frac{n}{n-n'} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n}{n'}$$

## POTENCIA

## ECUACIÓN DE OULSTRAND

$$x = 1/f$$

$$x' = 1/f'$$

$$x' = x_1 + x_2 - \frac{d}{n'} x_1 x_2$$

## ECUACIÓN DE CORRESPONDENCIA DE GAUSS

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{f'}$$

## SISTEMAS CONJUGADOS

• Planes principales  $\Rightarrow$

$$p_1 p = \frac{d \cdot f}{f_2}$$

$$p_2' p_1' = -\frac{d \cdot f_1'}{f_1'}$$

## ECUACIÓN DEL CONSTRUCCION DE LENTES

• Para  $d=0, e=0$   $\Rightarrow$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_1} = \left( \frac{n_2 \cdot n_1'}{n_1} \right) \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right)$$

• Para  $n=1$   $\Rightarrow$

$$1/s_1' - 1/s = (n-1) \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right)$$

• Gauss  $\Rightarrow$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{l}{f'}$$

## DATOS DE INTERÉS

— Cuando un haz de luz pasa de un medio más denso a uno menos denso se curva alejándose de la normal.

— Al colocar un objeto en F su imagen está en el infinito. Si un objeto está en el infinito su imagen está en F'.

— En el caso de 1 única superficie o superficie curva, P y P' coinciden en el vértice.

**LENZAS CONCAVAS Y CONVEXAS**

$$\frac{1}{f'} = (n_2/n_1 - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

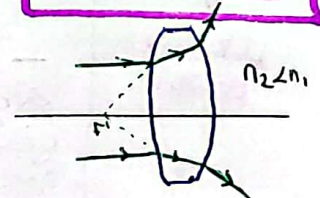
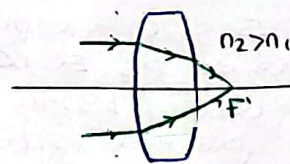
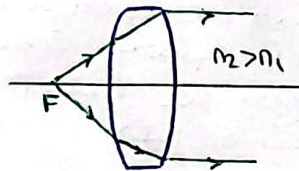
↑  
material  
↓  
vac

**Convergentes**

$$\begin{matrix} r_1 > 0 \\ r_2 < 0 \end{matrix} \Rightarrow \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) > 0$$

- Si  $n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{1}{f'} = \underbrace{\left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)}_{> 0} \underbrace{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}_{> 0} \Rightarrow f' > 0 \text{ y } f < 0$   
**F, F' reales**

- Si  $n_2 < n_1 \Rightarrow \frac{1}{f'} = \underbrace{\left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)}_{< 0} \underbrace{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}_{> 0} \Rightarrow f' < 0 \text{ y } f > 0$   
**F, F' virtuales**

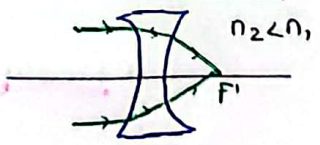
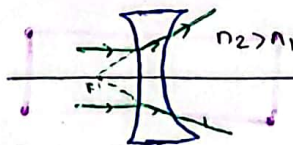
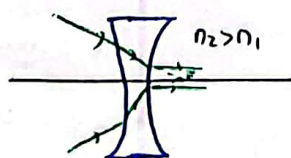


**Divergentes**

$$\begin{matrix} r_1 < 0 \\ r_2 > 0 \end{matrix} \Rightarrow \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) < 0$$

- Si  $n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{1}{f'} = \underbrace{\left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)}_{> 0} \underbrace{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}_{< 0} \Rightarrow f' < 0 \text{ y } f > 0$   
**F, F' virtuales**

- Si  $n_2 < n_1 \Rightarrow \frac{1}{f'} = \underbrace{\left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)}_{< 0} \underbrace{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}_{< 0} \Rightarrow f' > 0 \text{ y } f < 0$   
**F, F' reales**



## DATOS DE INTERÉS

- Sistema afocal implica que  $F_1' = F_2$
- La imagen de PE es DA.
- PS se calcula a partir de la imagen de DA.
- Relaciones de "conjugación"
 

PE-DA-PS
LE-DC-LS

  - En SO  $\Rightarrow$  PE conjugado de DA
  - En SI  $\Rightarrow$  PS conjugado de DA  $\rightarrow$  PS  $\neq$  PE

LUCERNAS

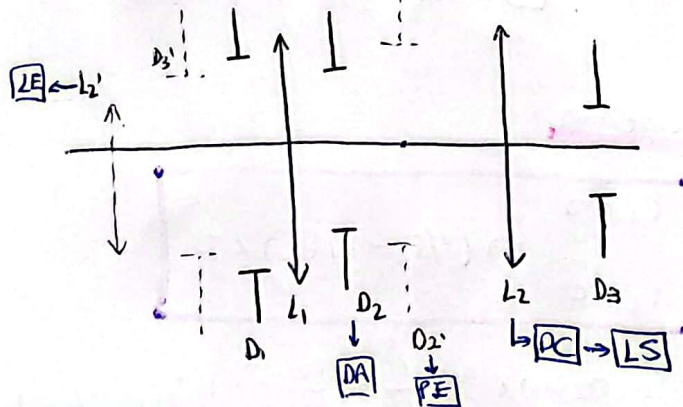
Y

DIÁFRAMA

CAMPO

- La LE es la que posee un menor ángulo de entrada desde el centro de PE. Además, DC es la apertura real de la que es imagen dicha LE. La imagen DC dada por la parte del sistema óptico que le sigue es LS. (ver el SO)

- La LS es la que posee un menor ángulo de entrada desde el centro de PS. El DC es la apertura real de la que es imagen de dicha LS. La imagen DC dada por el sistema óptico que le precede a LE. (ver el SI)



## CAMPOS DE ILUMINACIÓN

$\rightarrow$  en el infinito:  $\tan \sigma_1 = \frac{r_e - r_p}{x}$

• Plena  $\Rightarrow \sigma_{01} = \frac{r_e - r_p}{x} \cdot l + r_p$

• Media  $\Rightarrow \sigma_{02} = \frac{r_e}{x} \cdot l$

$\rightarrow$  en el infinito:  $\tan \sigma_2 = \frac{r_e}{x}$

• Límite  $\Rightarrow \sigma_{03} = \frac{r_e + r_p}{x} \cdot l - r_p$

$\rightarrow$  en el infinito:  $\tan \sigma_3 = \frac{r_e + r_p}{x}$

$r_p \equiv$  radio PE

$r_e \equiv$  radio LE

$x \equiv$  distancia PE-LE

$l \equiv$  distancia O-PE

•  $O$  y  $O'$  son conjugados. toda la luz que pasa por uno pasa por otro.

• El aumento lateral de un sistema depende de la posición de un objeto, pues  $\beta = n s' / n' s$ .

• Elementos cardinales:

- Puntos y planos principales  $\Rightarrow$  si son conjugados  $\Rightarrow \beta = +1$

- Puntos y planos nodales  $\Rightarrow$  si son conjugados  $\Rightarrow \gamma = +1$

- Focos y planos focales  $\Rightarrow$  No son conjugados

$\hookrightarrow$  El conjugado de  $F$  es un plano en el  $\infty$  del espacio imagen.

$\hookrightarrow$  El conjugado de  $F'$  es un plano en el  $\infty$  del espacio objeto.

• Sistema afocal  $\Rightarrow F_1' = F_2$  donde  $f_2 = f_1' - d$

• DA  $\equiv$  limita la extensión de luz, el real, depende de la posición de  $O$ .

• PE y PS son conjugados a través del espacio objeto.

• DC  $\equiv$  controla la extensión del tamaño del campo de visión

• Abeiraciones de Seidel (3º orden)

- A medida que se abren los diafragmas del SO

Planos imagen se curvan

Se pierden semejanzas entre  $O$  y  $O'$

Se pierde nitidez

luz blanca se descompone en colores

- Abeiraciones Cromáticas:  $n = n(\lambda)$

■ Posición (longitudinal)  $\Rightarrow A_{CL} = s_{F1}' - s_{C1}' = s_{C2} - s_{F2}$

■ Aumento (transversal)  $\Rightarrow A_{CA} = y_{F1}' - y_{C1}' = y_{C2} - y_{F2}$

## Monocromáticas

### Calidad de imagen de un punto:

- \* Esférica } Varía posición de la imagen con la apertura  
Difumina puros y contrastes (menos nitidez)
- \* Coma } Puntos fuera del eje óptico, no simétrica  
Aperturas grandes, distancias al eje pequeñas
- \* Astigmatismo  $\Rightarrow$  En cada punto 2 curvaturas, 2 imágenes
  - $\hookrightarrow$  P. tangencial: RP + eje óptico
  - $\hookrightarrow$  P. sagital: RP,  $\perp$  al tangencial

### Posición de imagen:



\* Distorsión  $\Rightarrow$  Falta constancia aumento transversal

- $\hookrightarrow$  Aumenta objeto, disminuye aumento: Barril
- $\hookrightarrow$  Aumenta objeto, crece aumento: Cojín

\* Curvatura de campo } Imágenes en una superficie curva en lugar de en un plano

- $\hookrightarrow$  Posición del foco varía
- $\hookrightarrow$  Objetos no enfocados en los planos



# ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA

## ECUACIONES DE MAXWELL

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- Títulos
- Fórmula importante
- Fórmula
- Datos importantes
- Ecuación de ondas
- Solución ec. de ondas

donde  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  y  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

## ECUACIONES DESTACABLES

- Ecuación de continuidad  $\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$
- Fuerza de Lorentz  $\Rightarrow \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

## ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

donde  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

$$\begin{aligned} \sin(\pi/3) &= \sqrt{3}/2 \\ \cos(\pi/3) &= 1/2 \\ \sin(\pi/6) &= 1/2 \\ \cos(\pi/6) &= \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

## ONDAS PLANAS

- $f(\vec{r}, t) = f(\vec{z}, t) \Rightarrow \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0$
- $\Rightarrow f(z, t) = f_+(z - ct) + f_-(z + ct)$

● Ondas transversales  $\Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = 0, \nabla \cdot \vec{B} = 0, \vec{E}, \vec{B} \perp \vec{s}$

## ONDAS ESFÉRICAS

- $f(\vec{r}, t) = f(r, t) \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rf) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$
  - $\Rightarrow f(r, t) = \left( \frac{f_+(r - ct)}{r} + \frac{f_-(r + ct)}{r} \right)$
- divergente
convergente

## ONDAS MONODIMENSIONALES

$$\psi(\vec{r}, t) = Q(\vec{r}) \cdot \cos(\omega t) + S(\vec{r}) \cdot \sin(\omega t) = A \hat{r}_i \cdot \cos [E(\vec{r}) - \omega t]$$

• Relaciones de interés:

$T = 2\pi/\omega$	$\nu = 1/T$	$k = 2\pi/\lambda$	$k = \omega/c$	$v_\lambda = c$
-------------------	-------------	--------------------	----------------	-----------------

• Armónica plana:

$$-\vec{E} = E_x \hat{x} \Rightarrow E_x(z, t) = A \cos(kz - \omega t + \delta)$$

↑  
dirección vibración  $\vec{x}$

↑  
dirección de propagación  $\vec{z}$

$$-\vec{K} = k \vec{s} \Rightarrow E_x(\vec{r}, t) = A \cos(k \vec{s} \vec{r} - \omega t + \delta)$$

↑  
dirección de propagación

• Armónica esférica:

$$E_x(z, t) = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t + \delta)$$

• Armónica polarizada:

$$\vec{E} = E_x \hat{x} \Rightarrow E_x(r, t) = A \hat{r}_i \cos(E(\vec{r}) - \omega t)$$

↑  
frente de ondas

• Velocidad de fase:

$$v_p = \frac{\omega}{|k|} = \frac{\omega}{|vE|}$$

→ Velocidad a la que se desplazan los frentes de onda

**ENERGÍA DE LAS ONDAS**

• Vector de Poynting  $\Rightarrow \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

• Energía cinética  $\Rightarrow K = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2$

• Sistema cerrado:

$W = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \vec{B}^2 \right) \rightarrow$  densidad de energía del campo EM

• Sistema abierto:

-  $\frac{d}{dt} (W+K) = - \int_A \vec{S} \cdot d\vec{a} \rightarrow$  flujo de la energía EM a través de A

- Propagación de la energía  $\Rightarrow \vec{S} = \frac{\vec{S}}{S}$   
 $\hookrightarrow$  La fase varía en la misma dirección que la que se propaga la energía

• Irradiancia  $\Rightarrow I = \langle S \rangle = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} S dt \quad T_0 \gg T \Rightarrow I = \frac{P}{A}$

• Potencia  $\Rightarrow P = \int_A I \vec{S} \cdot d\vec{a} = \int I \cos \theta da$

# PROPAGACIÓN DE LA LUZ EN LA MATERIA

## Ecuaciones de Maxwell Macroscópicas

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} + \nabla \cdot \vec{P} &= \rho & \nabla \times \vec{E} &= -\partial \vec{B} / \partial t \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 & \nabla \times (\vec{B} / \mu_0 - \vec{H}) &= \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \end{aligned}$$

• Introducimos H:

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

## Medios Dieléctricos

## Propiedades Ópticas

• Relación entre polarización y campo eléctrico:

$$\vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \chi(\omega) \vec{E}(\omega)$$

↑ susceptibilidad eléctrica

• Polarización retardada respecto al campo eléctrico:

$$\vec{P}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_0 \chi(t-t') \vec{E}(t') dt'$$

## Ondas Planas y Monocromáticas

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

• Escribimos el campo eléctrico como:

$$\vec{E} = \vec{A} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

donde  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{k} = k \vec{s} \\ A = \vec{A}_0 e^{i\delta} \end{array} \right.$  ↖ dirección de propagación

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

• Constante dieléctrica relativa:

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad \text{donde} \quad \epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

• Podemos deducir que:

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r} = \frac{\omega}{c} n = 2\pi \frac{n}{\lambda} \Rightarrow n = \sqrt{\epsilon_r}$$

↑ índice de refracción  $n$

• Velocidad de fase:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$$

• Velocidad de grupo:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

$$n_g = \frac{c}{v_g}$$

↑ índice de grupo

• Relación de los campos  $\vec{E}, \vec{B}$  con  $\vec{S}, \vec{k}$ :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= k \wedge \vec{E} \\ \vec{k} &= \vec{E} \wedge \vec{B} \\ \vec{E} &= \vec{B} \wedge \vec{k} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} k \wedge \vec{E} &= \vec{B} \\ k \wedge \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E}, \vec{B} \perp \vec{S} \quad \left. \begin{aligned} S &= \text{dirección propagación de la onda} \\ E, B &= \text{dirección de vibración} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \vec{H} &= H_0 \hat{u} e^{i\varphi} \\ \vec{E} &= E_0 \hat{u} e^{i\varphi} \end{aligned}$$

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \hat{S} \times \vec{E}$$

$$\vec{B} = \left( \frac{1}{\omega} \right) k \times \vec{E} \quad \vec{B} \perp \vec{S}, \vec{E} \Rightarrow \vec{E}, \vec{B}, \vec{S} \text{ forman triédro rectángulo}$$

$$\text{Relación entre los campos} \Rightarrow \vec{B} = \frac{n}{c} \vec{E} = v_f^{-1} \vec{E}$$

• Flujo de energía / Intensidad:

$$I = \langle S \rangle \Rightarrow S = \frac{1}{\mu_0} [Re(\vec{E}) \times Re(\vec{B})] \quad \text{donde} \quad \begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \hat{n} e^{i\omega t} \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \hat{n} e^{-i\omega t} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n |\vec{E}|^2 \Rightarrow I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} |\vec{E}|^2$$

## ABSORCIÓN Y ATENUACIÓN

• Ley de Bouguer  $\Rightarrow$  disminución gradual de la energía de radiación al propagarse por un medio por transparencia de  $\vec{E}$ .

$$dI = -\alpha I dz \Rightarrow I(z) = I_0 e^{-\alpha z} \quad \leftarrow \text{decrecimiento exponencial}$$

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z} T$$

↑ caso metálico

↑ transparencia

• Índice de refracción complejo:

$$P(t) = \chi(\omega) \bar{E}(t)$$

$$n_c = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{1 + \chi} = n + ik$$

↑ índice de susceptibilidad compleja      ↑ índice de extinción

• Nº de ondas  $\Rightarrow k = \frac{\omega}{c} \cdot n_c$

• Irradiancia:

$$I(z) = \frac{1}{2} c n_i \bar{E}^2 = I_0 e^{-2\omega/c \cdot kz} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{c} \omega k$$

↑ coeficiente de absorción

PROPIEDADES ÓPTICAS DE LOS CONDUCORES

• Carga ligada  $\Rightarrow \bar{P} = \epsilon_0 \bar{E} \chi$

• Medios conductores  $\sigma = \text{valor finito}$

• Densidad de corriente de carga  $\Rightarrow \bar{J} = \sigma \bar{E}$

↑ Conductividad

• Constante dieléctrica relativa compleja  $\Rightarrow \epsilon_{rc} = \epsilon_r + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$

• Índice de refracción complejo  $\Rightarrow n_c = \sqrt{\epsilon_{rc}} = n + ik$

$$n = \sqrt{\epsilon_r/2} \left[ \sqrt{1 + (\sigma/\omega\epsilon_0)^2} + 1 \right]^{1/2} \rightarrow \text{parte real}$$

$$k = \sqrt{\epsilon_r/2} \left[ \sqrt{1 + (\sigma/\omega\epsilon_0)^2} - 1 \right]^{1/2} \rightarrow \text{parte imaginaria (índice de extinción)}$$

• Relación de Dudge  $\Rightarrow$  buenos conductores:  $\sigma \approx 10^7 \text{ S/m}$

$$n \approx k \approx \sqrt{\sigma/2\omega\epsilon_0}$$

PROPAGACIÓN DE ONDAS PLANAS

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-i\omega t} = \bar{A} e^{-\frac{\omega}{c} k r \cdot s} \cdot e^{i(\frac{\omega}{c} k r \cdot s - \omega t)}$$

• Coefficiente de absorción:

$$\alpha = \frac{2\omega k}{c} = \frac{4\pi k}{\lambda} \Rightarrow \delta = 1/\alpha$$

↑ Profundidad de penetración

# REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

## ECUACIONES DE CONTINUIDAD

• Componentes tangenciales

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{B}_1/\mu_1 - \vec{B}_2/\mu_2) = 0$$

• Componentes normales

$$\hat{n} \cdot (\epsilon_1 \vec{E}_1 - \epsilon_2 \vec{E}_2) = 0$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$

## GEOMETRÍA: REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

• Consideramos la onda incidente monocromática y plana:

$$\vec{E}_i = \vec{A}_i e^{j(k_i \vec{r} - \omega t)}$$

donde  $k_i = \frac{\omega_i}{v_i} \hat{s} = \frac{n_1 \omega_i}{c} \hat{s}_i$

• Entonces:

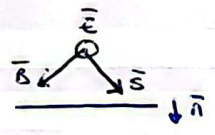
- Onda transmitida  $\Rightarrow \vec{E}_t = \vec{A}_t e^{j(k_t \vec{r} - \omega t)}$  donde  $k_t = \frac{n_2 \omega}{c} \hat{s}_t$

- Onda reflejada  $\Rightarrow \vec{E}_r = \vec{A}_r e^{j(k_r \vec{r} - \omega t)}$  donde  $k_r = \frac{n_2 \omega}{c} \hat{s}_r$

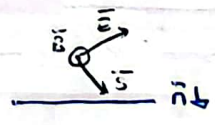
• Definimos plano de incidencia al que contiene la dirección de propagación de la onda incidente y a la normal a la superficie frontera.

• Tipos de ondas:

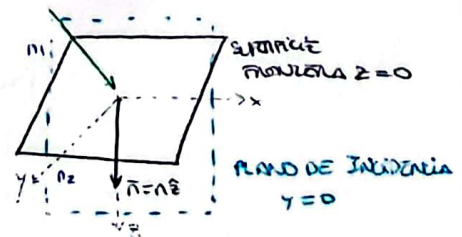
- Onda TE:  $\vec{B} \perp$  plano de incidencia  
 normal al plano de incidencia  
 No  $\vec{E}$  en dirección de propagación



- Onda TM:  $\vec{B} \parallel$  plano de incidencia  
 paralela al plano de incidencia  
 No  $\vec{s}$  en dirección de propagación



- En general  $\Rightarrow \vec{E}_i = \vec{E}_{iTE} + \vec{E}_{iTM}$



# LEYES DE REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} \Rightarrow \underbrace{\vec{A}_i e^{j(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)}}_{\text{INCIDENTE}} + \underbrace{\vec{A}_r e^{j(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)}}_{\text{REFLEJADA}} = \underbrace{\vec{A}_t e^{j(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}}_{\text{TRANSMITIDA}}$$

• La frecuencia de la onda no cambia al transmitirse de un medio a otro  $\omega = \omega_i = \omega_r = \omega_t$

• La ecuación de onda se repite en la frontera:

$$\begin{aligned} - \vec{k}_i \cdot \vec{e} &= \vec{k}_r \cdot \vec{e} = \vec{k}_t \cdot \vec{e} \\ - n_1 \sin \theta_i &= n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t \\ - \vec{k}_i \cdot \vec{t} &= \vec{k}_r \cdot \vec{t} = \vec{k}_t \cdot \vec{t} = \beta \end{aligned}$$

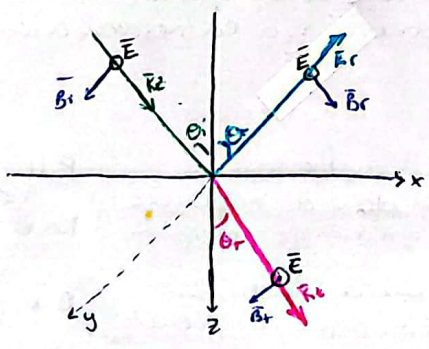
• Estas leyes en una superficie plana:

$$\begin{aligned} - \theta_i &= \theta_r \\ - \text{Ley de Snell: } n_1 \sin \theta_i &= n_2 \sin \theta_t \Rightarrow \sin \theta_i = n \cdot \sin \theta_t \quad (n = n_2/n_1) \\ - \text{Las direcciones de propagación de las ondas están en el mismo plano, en el de incidencia} \end{aligned}$$

## FÓRMULAS DE FRESNEL

$$\begin{aligned} \vec{B}_j &= \frac{1}{\omega} \vec{k}_j \times \vec{E}_j \\ \vec{B}_j &= n_j / c \cdot \vec{E}_j \end{aligned}$$

• Onda incidente TE:



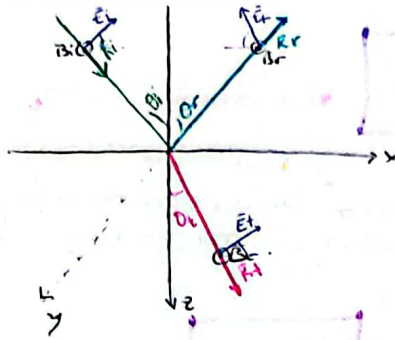
$$\begin{aligned} \vec{A}_i + \vec{A}_r &= \vec{A}_t \quad \text{son normales al plano de incidencia} \\ (-A_i + A_r) n_1 \cos \theta_i &= -A_t n_2 \cos \theta_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{A_r}{A_i} \Rightarrow \text{Coeficiente de reflexión de Fresnel} \\ t &= \frac{A_t}{A_i} \Rightarrow \text{Coeficiente de refracción de Fresnel} \end{aligned}$$

$$r_{TE} = \frac{A_r}{A_i} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \Rightarrow r_{TE} = \frac{\cos \theta_i - n \cos \theta_t}{\cos \theta_i + n \cos \theta_t}$$

$$t_{TE} = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2 n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \Rightarrow t_{TE} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + n \cos \theta_t}$$

• Onda incidente TM:



$$\begin{cases} (A_i - A_r) \cos \theta_i = A_t \cos \theta_t & [1] \\ n_1 (A_i + A_r) = n_2 A_t & [2] \end{cases}$$

[2]:  $B_i/\mu_0 + B_r/\mu_0 = B_t/\mu_0 \Rightarrow B_i + B_r = B_t$

[1]:  $E_i + E_r = E_t$

$$\Gamma_{TM} = \frac{A_r}{A_i} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \Rightarrow \Gamma_{TM} = \frac{n \cos \theta_i - \cos \theta_t}{n \cos \theta_i + \cos \theta_t}$$

$$t_{TM} = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \Rightarrow t_{TM} = \frac{2 \cos \theta_i}{n \cos \theta_i + \cos \theta_t}$$

• Análisis de las fórmulas de Fresnel:

- Incidencia normal:  $\theta_i = \theta_t = 0$

$$\begin{cases} \Gamma_{TE} = -\Gamma_{TM} = -\frac{n-1}{n+1} \\ t_{TE} = t_{TM} = \frac{2}{n+1} \end{cases}$$

- Tipos de reflexión:

• Interna  $\Rightarrow n_1 > n_2 \rightarrow$  en el medio más denso

• Externa  $\Rightarrow n_1 < n_2 \rightarrow$  en el medio menos denso

• Formas alternativas de Fresnel:

- Ley de Snell:  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \Rightarrow n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$

$$\begin{cases} \Gamma_{TE} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} & t_{TE} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \\ \Gamma_{TM} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} & t_{TM} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \end{cases}$$

## ÁNGULO DE BREWSTER/POLEIZACIÓN

$$\bullet \Gamma_{TM} = 0 = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \Rightarrow (\theta_i + \theta_t) = (n_1/n_2)\pi$$

se propagan en direcciones ortogonales

• Cuando  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$  la componente reflejada es una onda TE, pero como la onda incidente es TM, no hay onda reflejada.

$$\bullet \text{Ángulo de Brewster} \Rightarrow \tan \theta_B = n$$

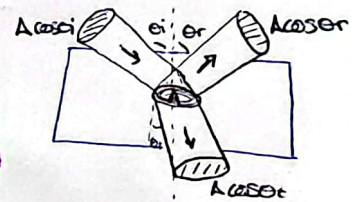
## RELACIONES DE STOKES

$$\Gamma' = -\Gamma \quad t' = 1 - r^2$$

## REFLECTANCIA Y TRANSMITANCIA

• Estudiamos el reparto de energía:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} |\vec{E}|^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n |\vec{E}|^2$$



• Considerando:

$$P_i = I_i A \cos \theta_i, \quad P_r = I_r A \cos \theta_r, \quad P_t = I_t A \cos \theta_t$$

• Definimos:

$$\text{--- Reflectancia} \Rightarrow R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{I_r \cos \theta_r \cdot A}{I_i \cos \theta_i \cdot A} = \frac{I_r}{I_i}$$

↳ fracción potencia reflejada

$$\text{--- Transmitancia} \Rightarrow T = \frac{P_t}{P_i} = \frac{I_t A \cos \theta_t}{I_i A \cos \theta_i} = \frac{I_t \cos \theta_t}{I_i \cos \theta_i}$$

↳ fracción potencia transmitida

• Conservación de la energía:

$$\text{--- } R + T = 1 \quad 0 \leq R, T \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{TE} + T_{TE} = 1 \\ R_{TM} + T_{TM} = 1 \end{array} \right.$$

--- Coefficientes de Fresnel:

$$R = |r|^2 \quad T = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} |t|^2$$

## Ángulo crítico - RT

- Consideramos  $n_1 > n_2 \Rightarrow$  Ley de Snell  $\theta_t > \theta_i$ , al ir aumentando  $\theta_i$  llegamos a un momento donde  $\theta_t = 90^\circ$ :

$$\text{sen}(\theta_i = \theta_c) \cdot n_1 = \text{sen}(\theta_t = \pi/2) n_2 \Rightarrow \text{sen} \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = n$$

- Cuando  $\theta_t = 90^\circ$  el luz refractada se propaga a lo largo de toda la superficie frontera.
- Para  $\theta_i > \theta_c \Rightarrow \text{sen} \theta_t > 1$  no existe ángulo de refracción, se produce reflexión total interna: toda la energía vuelve al medio original

## LA ONDA TRANSMITIDA - REF. TOTAL

- Componente normal es una imaginaria pura:

$$k_{tz} = \sqrt{k_t^2 - \beta^2} = k_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \text{sen}^2 \theta_i} = j k_0 n_2 \gamma$$

- Coefficientes de Fresnel de transmisión complejos:

$$t_{TE} = \frac{2k_{tz}}{k_{tz} + k_{tz}} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + j n \gamma}$$

$$t_{TM} = \frac{2n_1 n_2 \cos \theta_i}{n_2^2 k_{tz} + n_1^2 k_{tz}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n \cos \theta_i + j \gamma}$$

- Calcularemos la amplitud de las ondas transmitidas:

$$E_t = t_{TE} E_i e^{-k_0 n_2 z} e^{j k_0 n_1 \text{sen} \theta_i x} e^{-j \omega t} \quad \text{onda evanescente}$$

↳ La amplitud de la onda disminuye a medida que profundizamos en el medio

- Profundidad de penetración:

$$\delta = 1/2 k_0 n_2 \gamma \rightarrow \text{decae en un factor } 1/e \text{ la intensidad}$$

## LA ONDA REFLEJADA - REF. TOTAL

$$R_{TE} = R_{TM} = 1 \rightarrow \text{toda la energía vuelve al primer medio}$$

- Coefficientes de Fresnel complejos:

$$\Gamma_{TE} = e^{-i2\alpha_{TE}} \Rightarrow \alpha_{TE} = \text{tg}^{-1}(n_2/n_1 \cos \theta_i) : \text{FASE: } \cos \theta_i + n_2/n_1$$

$$\Gamma_{TM} = e^{-i2\alpha_{TM}} \Rightarrow \alpha_{TM} = \text{tg}^{-1}(n_1/n_2 \cos \theta_i) : \text{FASE: } n_2 \cos \theta_i + n_1$$

## REFLEXIÓN TOTAL FRUSTRADA

- Anula la reflexión total, producido por óptica geométrica, explicado mediante la electromagnética.
- Consiste en acercar un medio lo suficiente a la frontera para que la onda evanescente del segundo penetre en él.

## REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN EN METALES

- Onda transmitida:

- Componente normal  $\Rightarrow k_{tz} = \sqrt{n_2^2 c k_0^2 - \beta^2} = k_0(a + jb)$

- Onda transmitida considerada:

$$E_t = t_r \cdot e^{-k_0 b z} \cdot e^{i(k_0(x \cos \theta_t + z \sin \theta_t) - \omega t)} \rightarrow \text{derecha en la dirección de la normal}$$

- Profundidad de penetración  $\Rightarrow \delta = 1/2k_0 b$

- Forma en ángulo  $\Rightarrow \text{tg} \theta_t = \frac{n_1 \sin \theta_i}{a}$

- Se denomina no homogénea cuando la dirección de amortiguamiento y refracción no coinciden.

- Onda reflejada:

- Coefficientes de Fresnel complejos } se produce un cambio de fase por reflexión

- Caso en el vacío con:  $k_i z = n_1 k_0$ ,  $k_{tz} = k_0 n_2 c$

$$\Gamma_{TE} = -\Gamma_{TM} = -\frac{(n-1) + iK}{(n+1) + iK} \Rightarrow R_{TE} = R_{TM} = \frac{(n-1)^2 + K^2}{(n+1)^2 + K^2}$$

# INTERACCIÓN RADIACIÓN-MATERIA

## ÁTOMO CLÁSICO

• Consideremos una estructura atómica en la que, en equilibrio, la carga positiva está en el centro y la negativa en una nube que la rodea. Al aplicarse una fuerza en la nube electrónica se desplace provocando que el núcleo ya no esté en el centro.

• Con campos de estas frecuencias, el movimiento de las cargas es un oscilador:

$$\ddot{\vec{r}} + \Gamma \dot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = \vec{F}_{ext} / m$$

$\omega_0 \equiv$  frecuencia resonancia  
 $\Gamma \equiv$  constante amortiguamiento  
 $\vec{p}(t) = q\vec{v}(t) =$  momento dipolar

## EMISIÓN DIPOLO ELÉCTRICO

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \vec{n} \times [\vec{n} \times \ddot{\vec{p}}(t - R/c)] \quad \vec{B} = \frac{1}{c} [\vec{n} \times \dot{\vec{E}}]$$

$\vec{R}/R$

• Considerando que el átomo clásico es un dipolo y que actúa sobre él una fuerza que contrarresta a su de frecuencia:

$$\vec{E} = \frac{e x_0 \omega_0^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} [\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{x})] \cos[\omega_0(t - R/c)]$$

$\leftarrow \vec{E}$  es onda armónica

$$I = \langle |\vec{E} \times \vec{B}| / \mu_0 \rangle = \frac{e^2 x_0^2 \omega_0^4}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\sin^2 \theta}{R^2}$$

$\leftarrow$  irradiancia

$$P = \frac{e^2 x_0^2 \omega_0^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$$

• La emisión es nula en la dirección del dipolo y máxima en una perpendicular.

## ABSORCIÓN DE RADIACIÓN

• Una onda EM puede perder energía por la excitación de los osciladores atómicos del medio.

• Potencia de radiación absorbida al interactuar con el oscilador:

$$P = \langle P_{\text{rms}} \rangle = \frac{e^2}{2m} \cdot \frac{\omega^4 \pi}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2} |A|^2$$

$$P = \sigma I \quad \text{donde} \quad I = \epsilon_0 c |A|^2 / 2$$

↳ sección eficaz de absorción

• Sección eficaz de absorción:

$$\sigma = \frac{e^2}{m \epsilon_0 c} \cdot \frac{\omega^4 \pi}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$$

para  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$

↳ define la cantidad de absorción y restringe las oscilaciones

• Irradiancia; Ley de Beer:

$$I = I_0 e^{-\alpha d}$$

con

$$\alpha = \sigma N$$

↳ coeficiente de absorción

↑  
número de osciladores

## ESPARCIMIENTO DE RAYLEIGH

$$P = \frac{e^2 x_0^2 \omega^4}{12 \pi \epsilon_0 c^3} = \frac{e^4 \omega^4 \cdot I}{6 \pi m^2 \epsilon_0^2 c^4 \omega^4}$$

donde

$$I = \epsilon_0 c |A|^2 / 2$$

Se comporta como transparente

$$|\omega - \omega_0| \gg \Gamma$$

toda la energía es reemitida

↳ Aplicable a medios con partículas mucho menores que la longitud de onda

## MODELO SIMPLE ÍNDICE DE REFRACCIÓN

• Disminución de la velocidad de fase al propagarse la onda:

$$v = c/n \quad k = nk_0 = n\omega/c \quad k = k_0 + (n-1)k_0$$

• Fase acumulada  $\Rightarrow \Delta\phi = (n-1)k_0 \Delta z$

• Campos:

$$\begin{aligned} E_{\text{in}} &= A e^{i(k_0 \Delta z - \omega t)} \\ E_{\text{sc}} &= i \Delta\phi E_{\text{in}} \end{aligned}$$

$$E = E_{\text{in}} + E_{\text{sc}}$$

↑  
reacción dipolo

• Índice de refracción:

$$n = 1 - \frac{N e^2}{8 \epsilon_0 m} \cdot \frac{k}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

# DISPERSIÓN MATERIAL

## ECUACIONES MATERIALES

$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \rightarrow n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{1 + \chi}$  (DIELECTRÍCOS)  $\rightarrow \vec{P} = N \vec{p}$  (densidad e- ligadas, momento dipolar)

$\vec{J} = \sigma \vec{E} \rightarrow n_c = \sqrt{\epsilon_r + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}}$  (CONDICIONES)  $\rightarrow \vec{J} = e \vec{v}$  (densidad de carga libre, velocidad de las cargas)

## DISPERSIÓN EN DIELECTRÍCOS

• Gases a baja presión:

$\alpha_p = - \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i \omega \Gamma}$   $\rightarrow$  polarizabilidad

$n_c^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i \omega \Gamma}$   $\rightarrow$  índice refracción complejo

$\omega_p^2 = N e^2 / \epsilon_0 m$   $\rightarrow$  frecuencia de plasma

- Desarrollo de Taylor:

$n_c = n + i k = 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i \omega \Gamma}$

$n = 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 (\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\omega \Gamma)^2}$

$\rightarrow$  propagación

$k = \frac{1}{2} \frac{\omega \Gamma \omega_p^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\omega \Gamma)^2}$

$\rightarrow$  extinción

- Índice de dispersión normal:

$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2} = 1 + \frac{K \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$   $\rightarrow$  Dispersión Sellmeier

$n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4 + \dots$   $\rightarrow$  Dispersión de Cauchy

• Dielectric sensors:

- la fuerza eléctrica es interferida por los dipolos cercanos produciendo un campo interno  $\vec{E}_i$ .

- Momento dipolar  $\Rightarrow \vec{P} = \alpha_p \vec{E}_i$

↳ polarización microscópica

- Campo local  $\Rightarrow \vec{E}_i = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$

↳ polarización microscópica

- Índice de refracción:

$$n_c^2 = 1 + \frac{N\alpha_p}{\epsilon_0 - N\alpha_p/3}$$

$$\Rightarrow \frac{n_c^2 - 1}{n_c^2 + 2} = \frac{N\alpha_p}{3\epsilon_0}$$

↳ ecuación de Clausius-Mossotti

DISPERSIÓN EN CONDUCTORES

• Hay que tener en cuenta la conductividad del material asociada al movimiento de cargas libres. La ecuación de un electrón libre es:

$$\ddot{\vec{r}} + \Gamma \dot{\vec{r}} = -e\vec{E}/m \quad \ddot{\vec{v}} + \Gamma \dot{\vec{v}} = -e\vec{E}/m$$

no consideramos la interacción de:  $e^-$  con los demás átomos

• Onda monocromática, tiene solución estacionaria:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \vec{v}_0 = \frac{e\vec{A}/m}{i\omega - \Gamma} \Rightarrow \vec{J} = e\vec{v} = -Ne\vec{v}$$

↳ densidad  $e^-$  libre

• Conductividad:

$$\sigma_c = \frac{Ne^2/m}{\Gamma - i\omega}$$

• Índice refracción complejo:

$$n_c = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\Gamma\omega}}$$

↳  $\epsilon_r = 1$

• Relación de Hagen-Rubens:

$$n_c \approx \sqrt{i \frac{\omega_p^2}{\Gamma\omega}} = \sqrt{i \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0\omega}} \Rightarrow n \approx \kappa \approx \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2\omega\epsilon_0}} \leftarrow \omega \ll \Gamma$$

• Plasma / Gas ionizado:

$$n_c = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \leftarrow \text{considerando } \omega \gg \Gamma$$

Para ondas menores que la de plasma,  $n_c$  es imaginario y tenemos una onda evanescente que no se propaga

# POLARIZACIÓN

## INTRODUCCIÓN

- Las ondas EM son transversales → dirección de propagación ⊥ vibración
- El campo magnético es ⊥ E, k donde  $B = R \times E \cdot \frac{1}{\omega}$
- Polariización: aspecto central es la dirección particular de oscilación del campo eléctrico, es inherente a las ondas transversales.

— Lineal ⇒ E mantiene la misma dirección de vibración

- En un punto del espacio el campo EM es un segmento
- La dirección de vibración de E, B está en el mismo plano

— Circular / Elíptica ⇒ Superposición 2 ondas

- El E varía de dirección
- Ondas no monocromáticas por lo que E varía

## EXPRESIÓN DEL CAMPO

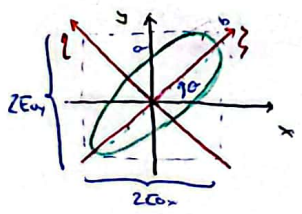
- Ondas monocromáticas que  $\hat{s} = \hat{z}$ , por lo tanto vibran en XY (E ⊥ XY)
- Tienen la misma frecuencia.

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= E_{0x} \cdot \cos(kz - \omega t) \\ \vec{E}_y &= E_{0y} \cdot \cos(kz - \omega t + \epsilon) \end{aligned} \quad \text{donde } \vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

## ESTADOS Puros: EUPSE DE POLARIZACIÓN

• Ecuación ⇒ 
$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - \frac{2E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \epsilon = \text{sen}^2 \epsilon$$

• Sentido de recorrido:



$$\left(\frac{\partial E_y}{\partial t}\right)_{t=0} = \omega E_{0y} \text{sen} \epsilon \begin{cases} < 0 \text{ si } \pi < \epsilon < 2\pi \rightarrow \text{DEXTRÓGIRO } \odot \\ > 0 \text{ si } 0 < \epsilon < \pi \rightarrow \text{LEVÓGIRO } \ominus \end{cases}$$

donde  $\theta$  es el ángulo del seno eje mayor con el eje x

• Elipticidad  $\Rightarrow \tan \beta = b/a$

• Ecuación de polarización para los ejes  $\Rightarrow \frac{E_x^2}{a^2} + \frac{E_y^2}{b^2} = 1$

• Matriz de giro en cartesianas  $\Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$

## REPRESENTACIÓN ANALÍTICA ESTADOS DE POLARIZACIÓN

• Onda elípticamente polarizada  $\Rightarrow \vec{E} = (E_x \hat{u}_x + e^{i\epsilon} E_y \hat{u}_y) e^{i\varphi}$   $\varphi = kz - \omega t$

- Notación real:  $\vec{E}_R = E_x \hat{u}_x \cos \varphi + E_y \hat{u}_y \cos(\varphi + \epsilon)$

• Polarización lineal

$$\epsilon = m\pi \text{ con } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{E_y}{E_x} = (-1)^m \tan \alpha \Rightarrow E_y = (-1)^m \frac{E_y}{E_x} E_x = (-1)^m \tan \alpha E_x$$

• linealmente polarizada (recta)

- Expresión de  $\vec{E}$   $\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{C} \Rightarrow \vec{E} = (E_x \hat{u}_x + (-1)^m E_y \hat{u}_y) e^{i\varphi} \\ \mathbb{R} \Rightarrow \vec{E}_R = (E_x \hat{u}_x + (-1)^m E_y \hat{u}_y) \cos \varphi \end{array} \right.$

$$\frac{E_y}{E_x} = (-1)^m \tan \alpha$$

• Elíptica referida a sus ejes

$$\epsilon = (2m+1) \cdot \pi/2 \text{ donde } \left( \frac{E_x}{E_x} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{E_y} \right)^2 = 1$$

- Expresión de  $\vec{E}$   $\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{C} \Rightarrow \vec{E} = (E_x \hat{u}_x \pm i E_y \hat{u}_y) e^{i\varphi} \left\{ \begin{array}{l} L(+), \\ D(-) \end{array} \right. \\ \mathbb{R} \Rightarrow \vec{E}_R = E_x \hat{u}_x \cos \varphi \pm E_y \hat{u}_y \sin \varphi \left\{ \begin{array}{l} D(+), \\ L(-) \end{array} \right. \end{array} \right.$

$$\frac{E_y}{E_x} = \pm i \tan \alpha$$

• Circularmente polarizada

$$\epsilon = (2m+1)\pi/2 \text{ con } E_x = E_y = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \text{ y } E_x^2 + E_y^2 = \frac{E_0^2}{2}$$

- Expresión de  $\vec{E}$   $\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{C} \Rightarrow \vec{E} = E_0/\sqrt{2} (\hat{u}_x \pm i \hat{u}_y) e^{i\varphi} \left\{ \begin{array}{l} L(+), \\ D(-) \end{array} \right. \\ \mathbb{R} \Rightarrow \vec{E}_R = E_0/\sqrt{2} (\hat{u}_x \cos \varphi \pm \hat{u}_y \sin \varphi) \left\{ \begin{array}{l} D(+), \\ L(-) \end{array} \right. \end{array} \right.$

$$\frac{E_y}{E_x} = \pm i$$

**VECTORES DE STOKES** → se pueden sumar cuando no hay relación de fase

• **Parámetros de Stokes:**

- $I' = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = |E_x|^2 + |E_y|^2$  → suma incoherentes
- $M' = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 = |E_x|^2 - |E_y|^2$  → diferencia incoherentes
- $C' = 2E_{0x}E_{0y} \cos \epsilon = 2 \operatorname{Re}[E_x E_y^*]$
- $S' = 2E_{0x}E_{0y} \sin \epsilon = -2 \operatorname{Im}[E_x E_y^*]$

ε indica el sentido de giro e inclinación de la elipse

$I'^2 = M'^2 + C'^2 + S'^2$  → Se pueden normalizar dividiendo todos por I'

• **Significado físico:**

- I': irradiancia de la onda
- M' }  $M' > 0$  → horizontal  
 $M' < 0$  → vertical  
 $M' = 0$  → circular, lineal ± π/4, elíptica  $E_{0x} = E_{0y}$
- C': orientación de la elipse hacia ± π/4
- S': sentido de giro elipse de polarización }  $S' > 0$  L  
 $S' = 0$  lineal  
 $S' < 0$  D

**LUZ NATURAL**

- Es la sucesión aleatoria de estados de polarización
- Los parámetros de Stokes determinados por promedios temporales:

$$\langle I \rangle = I \quad \langle M \rangle = \frac{\langle E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \rangle}{\langle E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \rangle} = 0$$

$$\langle C \rangle = \frac{\langle 2E_{0x}E_{0y} \cos \epsilon \rangle}{\langle E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \rangle} = 0 \quad \langle S \rangle = \frac{\langle 2E_{0x}E_{0y} \sin \epsilon \rangle}{\langle E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \rangle} = 0$$

• **Vector de Stokes para 1 unidad:**

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  luz natural superposición incoherente 2 estados L }  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$  →  $I_N = LLP(H) + LLP(V)$

↳ La luz natural se puede expresar como la superposición incoherente de dos haces polarizados circularmente uno L y otro D.

## Luz Parcialmente Polarizada

- Estado mezcla de la superposición incoherente de luz polarizada y luz natural

- El vector de Stokes:

$$\begin{pmatrix} I_p \\ M \\ C \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_t \\ M \\ C \\ S \end{pmatrix} \Rightarrow I_p + I_N = I_t$$

- Se cumple que:

$$(I_p + I_N)^2 = I_t^2 \geq M^2 + C^2 + S^2 = I_p^2$$

- Grado de polarización:

$$G = \frac{I_p}{I_t} = \frac{(M^2 + C^2 + S^2)^{1/2}}{I_p + I_N} \in [0, 1]$$

Luz Natural  $\rightarrow I_p = G = 0$

Luz Polarizada  $\rightarrow I_N = 0 \Rightarrow G = 1$

## Esfera de Poincaré

- Esfera de radio unidad tal que los puntos sobre la superficie representan estados puros (luz polarizada), los puntos interiores estados mezcla (luz pp) y el origen de luz natural.

- Cómo indicar las formas de polarización:

- Polo norte  $\rightarrow$  circular levógiro

- Polo sur  $\rightarrow$  circular dextrógiro

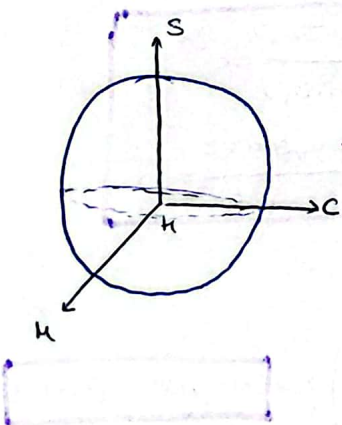
- Puntos circunferencia ecuatorial  $\rightarrow$  polarización lineal

- Puntos  $>$  ecuador  $\rightarrow$  polarización elíptica levógiro

- Puntos  $<$  ecuador  $\rightarrow$  polarización elíptica dextrógiro

- Puntos diametralmente opuestos  $\rightarrow$  estados  $\perp$  polarización

- Puntos interiores  $\left\{ \begin{array}{l} G < 1: \text{parcialmente polarizada} \\ G = 0: \text{luz natural} \end{array} \right.$



## Ley de Malus

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

## VECTORES DE JONES

- Aplicables a la suma de ondas coherentes
- No aplicables a la luz natural y parcialmente polarizada
- Forma del vector:

$$V = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 x e^{i\varphi} \\ E_0 y e^{i(\varphi+\epsilon)} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{donde } \varphi = kz - \omega t$$

- Normalización del vector:

$$J = \frac{1}{\sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2}} \begin{pmatrix} E_0 x \\ E_0 y e^{i\epsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y e^{i\epsilon} \end{pmatrix}$$

- Componentes del vector normalizado:

$$J_x = \frac{E_0 x}{\sqrt{|E_0 x|^2 + |E_0 y|^2}} \quad J_y = \frac{E_0 y}{\sqrt{|E_0 x|^2 + |E_0 y|^2}}$$

$$J(\epsilon) = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix}$$

Matriz de Jones de función de la dirección de polarización

- Dos estados de polarización son ortogonales cuando:

$$J \cdot J^* = J_x J_x^* + J_y J_y^* e^{i(\epsilon - \epsilon^*)} = 0$$

## MATRIZ DENSIDAD

- Matriz densidad para un estado puro de polarización:

$$e' = VV^* = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} (E_x^*, E_y^*) = \begin{pmatrix} E_x E_x^* & E_x E_y^* \\ E_y^* E_x & E_y E_y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_x|^2 & E_x E_y e^{-i\epsilon} \\ E_x^* E_y e^{i\epsilon} & |E_y|^2 \end{pmatrix}$$

↑  
operador adjunto de V

— Reescribir con los vectores de Jones normalizados:

$$e = JJ^* = \begin{pmatrix} J_x^2 & J_x J_y e^{-i\epsilon} \\ J_x J_y e^{i\epsilon} & J_y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{pmatrix}$$

$$\text{donde } \begin{cases} I = e_{xx} + e_{yy} = 1 & A = e_{xy} + e_{yx} \\ M = e_{xx} - e_{yy} & S = i(e_{xy} - e_{yx}) \end{cases}$$

• Matriz densidad luz natural de  $I=1$ :

$$e_N = \begin{pmatrix} \langle J_x^2 \rangle & \langle J_x J_y e^{-i\epsilon} \rangle \\ \langle J_x J_y e^{i\epsilon} \rangle & \langle J_y^2 \rangle \end{pmatrix}$$

• Matriz densidad luz parcialmente polarizada:

$$e'_{pp} = e'_N + e'_P = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_t + M & C - iS \\ C + iS & I_t - M \end{pmatrix} \quad \text{donde } I_t = I_N + I_P$$

$\uparrow$  natural     $\uparrow$  puro

• Grado polarización matriz densidad:

$$P = \sqrt{1 - \frac{4 \det(e'_{pp})}{I_t^2}} = \frac{I_p}{I_t} \quad \text{donde } I_t^2 = (I_t + M)^2 + (I_t - M)^2$$

**TABLA RESUMEN**

ESTADO	STOKES	JONES	M. DENSIDAD
$\longleftrightarrow$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\updownarrow$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\nearrow +\pi/4$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\searrow -\pi/4$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
$\bigcirc$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$
$\bigcirc$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$
$\text{oval} \quad \theta=0, a=2b$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0,6 \\ 0 \\ -0,8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 & 2i \\ -2i & 1 \end{pmatrix}$
$\text{oval} \quad \theta=\pi/2, a=2b$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0,6 \\ 0 \\ 0,8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2i \\ 2i & 4 \end{pmatrix}$
General	$\begin{pmatrix} I \\ M \\ C \\ S \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y e^{i\epsilon} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} J_x^2 & J_x J_y e^{-i\epsilon} \\ J_x J_y e^{i\epsilon} & J_y^2 \end{pmatrix}$

# ANISÓTROPAS

## INTRODUCCIÓN

- Medio isótropo → no depende de la orientación de  $\vec{E}$
- Medio anisótropo → depende de la dirección de  $\vec{E}$  y polarización
  - Comportamiento caracterizado por ecuaciones materiales:

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Permisividad, índice de refracción y velocidad de la onda dependen de la dirección

## CARACTERÍSTICAS OTRAS EM

- Medio anisótropo →  $\epsilon, n, v$  dependen de la estructura atómica y pueden ser distintos para diferentes direcciones
- Cristal anisótropo →  $k_x \neq k_y \neq k_z \Rightarrow v_x \neq v_y \neq v_z \Rightarrow \epsilon$  varía
- Suponemos un medio homogéneo, no conductor, isótropo magnéticamente y eléctricamente anisótropo donde  $\mu = \mu_0$  y  $\epsilon$  varía:

$$\begin{cases} D_x = \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y = \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z = \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \end{cases} \Rightarrow \vec{D} = (\epsilon) \vec{E} \Rightarrow D_k = \sum_l \epsilon_{kl} E_l$$

- Tensor dieléctrico } 6 componentes independientes  
simétrico →  $\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$

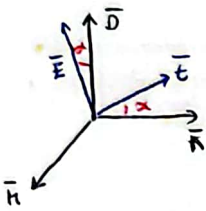
- Tensor dieléctrico referido a ejes principales:

$$D_k = \epsilon_k \cdot E_k \text{ con } k=x,y,z \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} \text{ misma dirección que } \vec{D} \text{ cuando} \\ \epsilon \text{ principales sean iguales o } \vec{E} \\ \text{coincida con un eje principal} \end{array} \right.$$

- Tipos de medios } Biaxial si  $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$   
Uniaxial si  $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$

## PROPAGACIÓN ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS

- Variables de onda  $\rightarrow \vec{D}, \vec{H}, \vec{n}$  ← onda
- Variables de rayo  $\rightarrow \vec{E}, \vec{F}, \vec{e}$   
↳ Rayo
- Índices de ...
  - ... refracción  $\rightarrow n = c/v$
  - ... rayo  $\rightarrow n_r = c/u$  con  $u = S/\omega$   
↳ velocidad energía EM  
↳ velocidad de rayo
- Relaciones entre  $(\vec{D}, \vec{H}, \vec{n})$  y  $(\vec{E}, \vec{F}, \vec{e})$ :



$\vec{D} \perp \text{plano } nH$	$\vec{D} \perp \vec{n}, \vec{H} \perp \vec{n}$	$\vec{E} \perp \vec{F} \perp \vec{e}$
$\vec{F} \perp \text{plano } \vec{n}\vec{E}$	$\vec{H} \perp \text{plano } \vec{E}\vec{D}\vec{n} \rightarrow \vec{E}, \vec{D}, \vec{n} \text{ coplanarios}$	

## ECUACIONES DE FRESNEL PARA ONDA Y RAYO

- Variable de onda:

$$\sum_k \frac{n_k^2}{v^2 - v_k^2} = 0 \Rightarrow \sum_k \frac{n_k^2}{\frac{1}{v_k^2} - \frac{1}{v^2}} = v^2$$

$$v_k = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon_k}}$$

$v_k \equiv$  velocidad principal  
 $v \equiv$  velocidad de fase

- Variables de rayo:

$$\sum_k \frac{t_k^2}{\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v_k^2}} = 0 \Rightarrow \sum_k \frac{t_k^2}{v_k^2 - u^2} = \frac{1}{u^2}$$

## ECUACIÓN DE FRESNEL PARA ÍNDICE REFRACCIÓN

- Recordando que:  $\vec{k} = k\vec{s} = n \frac{\omega}{c} \vec{s}$   
↳ unitario, dirección propagación onda
- Ecuación Fresnel:

$$\sum_k \frac{s_k^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_k^2}} = 0 \Leftrightarrow \sum_k \frac{s_k^2}{v^2 - v_k^2} = 0 \quad \text{donde } n_k = \sqrt{\frac{\epsilon_k}{\epsilon_0}}$$

- De la ecuación anterior:

$$D_k = \frac{s_k}{\mu(v_k^2 - v^2)} \vec{E}\vec{s}$$

$$\vec{D} = \frac{n^2}{c^2 \mu_0} [\vec{E} - (\vec{S}\vec{E}\vec{S})] \Rightarrow n^2 = \frac{10^9}{\vec{D}\vec{E}} c^2 \mu_0$$

$\vec{D}\vec{D} = 10^9$

## ELIPSOIDE DE ONDA

- Obtención elipsoide de onda:

$$W = \vec{E} \cdot \vec{D} = \sum_k E_k D_k \Rightarrow \sum_k \frac{D_k^2}{W E_k} = 1 \Rightarrow x_k = \frac{D_k}{\sqrt{W}} \Rightarrow \sum_k \frac{x_k^2}{E_k} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

↑ elipsoide de índices

↑ elipsoide de onda

- Podemos determinar las velocidades de fase y dirección de vibración del campo  $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$ .

- Con  $\vec{K}$  coincidente con un eje principal anisótropo  $\Rightarrow v_g = v_p$ :

Tomamos  $\vec{K} = (1, 0, 0) \Rightarrow \frac{y^2}{E_y} + \frac{z^2}{E_z} = 1 \Rightarrow$  semiejes  $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{E_y} \\ \sqrt{E_z} \end{array} \right. \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu E_y}} = v_y \\ v_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu E_z}} = v_z \end{array} \right. \Rightarrow \vec{D}_1, \vec{D}_2 \text{ vibran a lo largo de los ejes principales } y, z$$

## PROPAGACIÓN CRISTALES UNIÁXICOS

- **GRUPO I:** Cristal se comporta como un medio óptico isótropo

- 3 direcciones cristalográficas equivalentes (1 a 2)
- Direcciones equivalentes  $\equiv$  ejes principales dieléctrico

$$E_x = E_y = E_z \equiv E \Rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

- Sistemas cúbicos

- **GRUPO II:** Cristal se comporta como un medio óptico uniaxial

- 2 direcciones cristalográficas equivalentes
  - Un eje principal  $\equiv$  eje simetría, otros 2  $\equiv$  según 2 direcciones  $\perp$
  - Si el plano direcciones equivalentes es XY:  $E_x = E_y \neq E_z$
  - Sistemas trigonal, hexagonal, tetragonal
- ↓  
ejes principales      eje óptico

- **GRUPO III:** Cristal se comporta como un medio óptico biaxial

- No se pueden encontrar 2 direcciones cristalográficas equivalentes
- Se cumple que  $E_x \neq E_y \neq E_z$
- Sistemas ortorrómbico, monoclinico, triclinico

# CRISTALES UNIÁXICOS

- Tensor dieléctrico con raíz doble.
- Suponemos que el eje principal  $z \equiv$  eje simetría:

$$- E_x = E_y < E_z \Rightarrow v_x = v_y = v_o > v_z = v_e \Rightarrow v_o > v_e$$

- Velocidad ordinaria:  $v_o$
- Velocidad extraordinaria:  $v_e$

- Tensor dieléctrico para uniáxicos:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix} = \epsilon_o \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} n_o > n_e \rightarrow \text{uniáxico (-)} \\ n_o < n_e \rightarrow \text{uniáxico (+)} \end{cases}$$

$$D = \epsilon E \Rightarrow \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_o \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

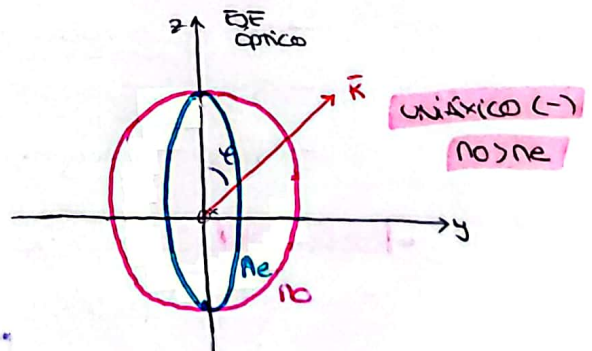
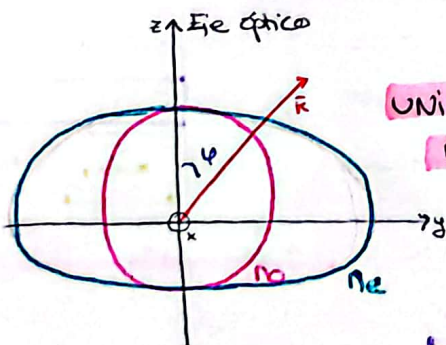
- Plano/Sección principal  $\equiv$  vector de ondas ( $\vec{K}$ ) + eje óptico donde  $\psi$  es el ángulo que forman:

- Índice refracción ordinario = índice principal  $n_o$
- Índice refracción extraordinario:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\cos^2 \psi}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \psi}{n_e^2}$$

- Variación del índice:

- Onda ordinaria  $\perp$  sec. principal,  $\vec{E} \perp$  sección principal,  $\vec{D} \parallel \vec{E}$
- Onda extraordinaria  $\parallel$  sección principal,  $\vec{E}$  no es  $\perp \vec{K}$ ,  $\vec{D} \perp \vec{E}$



- Si  $\psi = \pi/2 \Rightarrow$  onda extraordinaria  $n_e$ ,  $\vec{E} \perp \vec{K}(\vec{s})$
- Si  $\psi = 0 \Rightarrow$  ondas indistinguibles, medio anisotrópico  $\equiv n$

## BIRREFRINGENCIA

- Superficie frontera entre un medio OHT y un anisótropo.
- Refracción depende de los índices y la orientación.
- Características principales:
  - Onda incidente  $\Rightarrow$  2 refractadas polarizadas linealmente  $\perp$
  - Una de las ondas refractadas puede no estar en el p. incidencia
  - Puede haber desviación en incidencia normal
- Medio uniaxial y el eje óptico está en el plano de incidencia  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  Plano de incidencia = Plano principal
- Onda incidente TE  $\rightarrow$  onda ordinaria  $\perp$  plano incidencia
- Onda incidente TM  $\rightarrow$  onda extraordinaria en plano principal
- Ángulo de refracción:
  - Ángulo de incidencia formado por  $\vec{k}$  respecto a la normal
  - Onda ordinaria:  

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$
  - Onda extraordinaria:  

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{n_e^2}$$
 donde  $\varphi = \theta_2 + \alpha$   $\alpha \equiv$  frontera y E.O.
- Casos particulares:
  - Incidencia normal en calcita  $\Rightarrow$ 
    - Ángulos de refracción no de la energía si se desvía
  - Eje óptico  $\perp$  Plano Incidencia  $\Rightarrow$ 
    - Ordinaria  $\perp$  sección principal  $\rightarrow$  TM
    - Extraordinaria en sección principal  $\rightarrow$  TE

## POLANIZADORES

- Prisma de Wollaston  $\rightarrow$  emergen 2 haces linealmente polarizados  $\perp$ 
  - da  $o \rightarrow e$ ,  $e \rightarrow o$  en la superficie de separación de los 2 prismas
- Calcita  $\rightarrow$  uniaxial negativa  $n_o > n_e$ 
  - Glan-Foucault  $\rightarrow$  con aire
  - Glan-Thompson  $\rightarrow$  con glicérol o aceites

## RETARDADORES

- Dispositivo que transforma el estado de polarización de la luz incidente, no afecta la intensidad y divide el  $U_{\text{tot}}$  en dos componentes ortogonales con velocidades diferentes a lo largo de la misma dirección produciendo un desfase.

### Fase constante: Lámina de anisotropía con ejes $x$ e $y$ paralelos

- Incidencia normal: 2 haces  $L_{\text{pol}} \perp$  con  $u_x$  e  $u_y$  } paralelos dirección incidente
  - Salida: onda de 2 campos  $\perp$  con desfase anisotrópico
  - Lámina birrefringente

Diferencia de camino óptico:  $\Delta = (n_y - n_x)d$

Diferencia de fase:  $E = k_0 \Delta$        $E = \frac{2\pi}{\lambda} (n_y - n_x)d$

Salida: luz estrictamente polarizada con  $2\perp$

### Lámina uniaxial plana paralela eje óptico $\parallel$ caras:

Sección principal = hoja, Plano incidencia =  $x, y$

Diferencia de fase:  $E = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o)d$

### Lámina Cuarto Ona:

$E = (2m+1)\pi/2 \Rightarrow \Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4}$  ,  $d = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4\Delta n}$

$E = k_0 \Delta$  ,  $\Delta = d \Delta n$

Transforma el  $u_{\text{tot}}$  en polarización elíptica  $\rightarrow$  desfase  $\pi/2$

Si vibra con  $\pi/4 \rightarrow$  polarización circular  $\left\{ \begin{array}{l} E_{\text{ox}} = E_{\text{oy}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \\ E_x^2 + E_y^2 = a^2/2 \end{array} \right.$

### Lámina media Ona:

$E = (2m+1)\pi \Rightarrow \Delta = (m+1/2)\lambda_0$  ,  $d = \frac{(2m+1)\lambda_0}{2\Delta n}$

Produce desfase de  $\pi \rightarrow$  rota el plano de polarización  $2\theta$

### Lámina de Ona:

$E = 2M\pi \Rightarrow \Delta = M\lambda_0$  ,  $d = \frac{M\lambda_0}{\Delta n} \rightarrow$  desfase de  $2\pi$

Donde  $\Delta n = \begin{cases} |n_e - n_o| & \text{uniaxial} \\ |n_y - n_x| & \text{biaxial} \end{cases}$

### Ecuación luz polarizada:

$$\frac{E_e^2}{a^2 \cos^2 \theta} + \frac{E_o^2}{a^2 \sin^2 \theta} - \frac{4E_e E_o}{a^2 \sin 2\theta} \cos \epsilon = \sin^2 \epsilon$$

• **Fase variable. compensadores**

- Produce haces refractados con desfase variable

- **Compensador de Babinet:**

• Varía gradualmente desfase, uno es  $\perp$  a propagación

• Formado por 2 prismas cuarzo con ejes ópticos  $\perp$

• Onda ordinaria  $\rightarrow$  extraordinaria

•  $\alpha$  es pequeño  $\rightarrow$  haces emergentes  $\perp$  frontera:

$$E = \frac{2\pi}{\lambda_0} (d_1 - d_2) |n_e - n_o| \rightarrow \text{depende de la diferencia de espesores}$$

$\rightarrow d_1 = d_2 \equiv$  desfase nulo  $\sim$  espesor nulo

$\rightarrow$  lados: componente a rotada y adelantada

- **Compensador de Soleil:**

• Formado por  $L_1$  de espesor variable y  $L_2$  constante con ejes ópticos  $\perp$

**EFECTOS SOBRE LA LUZ**

• **Luz natural:**

- Se extingue un 50% de la luz, irradiancia constante independientemente de la orientación del polarizador.

- A través de un **retardador no pasa nada**, se mantiene el estado natural.

• **Luz linealmente polarizada:**

- Polarizador cuya sección principal forma  $\theta$  con vibración:

$$a' = a \cos \theta \quad I' = I \cos^2 \theta \quad \text{Ley de Malus}$$

• Irradiancia máx con  $\theta = 0$ , nula si  $\theta = \pi/2$

- Lámina de  $\lambda/4$ :

• Ecuatorialmente polarizada si ejes  $\equiv$  lámina

• Circunferencialmente polarizada si forma un ángulo  $\pi/4$  plano pol. eje óptico

• **Luz circularmente polarizada:**

- Polarizador  $\rightarrow$  irradiancia constante  $I = a^2$  con  $a = b$

- Lámina de  $\lambda/4 \rightarrow$  desfase de  $\pm \pi/2$  en luz plano-polarizada que vibra a  $\pm \pi/4$  con el eje del retardador

• luz elípticamente polarizada:

- Irradiancia es:  $I = |a \cos \theta + b \sin \theta|^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{Máx} \equiv \theta = 0 \\ \text{Mín} \equiv \theta = \pi/2 \end{cases}$

• Máxima si sección principal = eje mayor

• Mínima si sección principal = eje menor

• Elipticidad:

$$\tan \beta = \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{I_{\text{mín}}}{I_{\text{máx}}}}$$

- Lámina  $\lambda/4$ :

• eje óptico  $\parallel$  eje rápido " dif.  $\pm \pi/2$  adicional  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  luz lin. pol cuya orientación depende de  $\begin{cases} \text{eje} \parallel \text{eje} + \\ \text{eje} \parallel \text{eje} - \end{cases}$

• Lámina uniaxial (+)  $\rightarrow$  y eje rápido, desfase  $+\pi/2 \rightarrow E_y$  adelanta

• Lámina uniaxial (-)  $\rightarrow$  y eje lento, desfase  $-\pi/2 \rightarrow E_y$  retrasa

